

# Commande en boucle ouverte multivariable de l’hystérésis et des oscillations mal amorties dans les actionneurs piézoélectriques multi-axes

Didace HABINEZA, Micky RAKOTONDRABE, Yann LE GORREC

Institut FEMTO-ST, département AS2M,

Université de Franche Comté/CNRS/ENSMM/UTBM, 25000 Besançon, France.

{didace.habineza; mrakoton; legorrec}@femto-st.fr

**Résumé**— Ce papier est dédié à la commande en boucle ouverte multivariable des systèmes piézoélectriques multi-axes. Ces systèmes, très utilisés dans le positionnement précis et à haute dynamique, sont caractérisés par des non-linéarités fortes, en particulier l’hystérésis, par des forts couplages entre axes, et par des oscillations mal amorties. D’abord, nous proposons la linéarisation du système par la commande en boucle ouverte de l’hystérésis en utilisant la technique Bouc-Wen généralisé multivariable. Ensuite nous proposons une loi de commande en boucle ouverte pour le suivi de consigne, pour l’amortissement des oscillations et pour la réduction des couplages avec une approche  $H_\infty$  standard multivariable. Tout au long du papier, des expérimentations sur un actionneur piézoélectrique tubulaire (piézotube) classiquement utilisé dans les microscopes à sonde permettent de vérifier et de valider l’efficacité des méthodes proposées.

**Mots-clés**— actionneurs piézoélectriques multi-axes, hystérésis, oscillations mal amorties, couplages, commande en boucle ouverte, commande multivariable, Bouc-Wen généralisé, *input shaping*,  $H_\infty$ .

## I. INTRODUCTION

Les actionneurs piézoélectriques sont très populaires dans les applications à l’échelle micro/nano-métrique grâce à leur très bonne résolution (de l’ordre de quelques nanomètres), une large bande passante (plus du kHz possible), une grande densité de force, une basse consommation en énergie, etc [1]. Du point de vue fonctionnel, les actionneurs piézoélectriques peuvent être regroupés en deux catégories. La première inclut les actionneurs conçus pour fournir les déflexions suivant un seul axe (actionneurs mono-axes). Ils sont utilisés pour les tâches de micromanipulation et de microassemblage. La deuxième catégorie concerne les actionneurs capables de fléchir suivant plusieurs axes (actionneurs multi-axes), et ainsi, exécuter des tâches de positionnement dans l’espace. Un exemple de ce type d’actionneurs est le tube piézoélectrique [2] utilisé dans les microscopes à force atomique, notamment pour le positionnement avec une résolution de l’ordre de nanomètre [3].

Néanmoins, les actionneurs piézoélectriques sont affectés par des fortes non-linéarités (en particulier l’hystérésis), des oscillations mal amorties ainsi que des forts couplages entre différents axes de l’actionneur. Il faut noter aussi que, l’hystérésis et les oscillations mal amorties, sont présents dans les transferts directs et dans les couplages [4]. Pour contrecarrer ces problèmes, la commande en boucle fermée est *a priori* la plus adaptée mais sa mise en place est compromise par le manque de capteurs convenables en termes

de performances et dimensions, pour les applications à l’échelle micro/nano-métrique. D’un côté, les capteurs embarquables (capteurs capacitifs et inductifs) n’ont pas les performances nécessaires (faibles bruits, bonne résolution et précision, faible sensibilité à l’environnement, bande passante, etc). De l’autre côté, les capteurs disposant les performances nécessaires tels que les capteurs optiques, sont très spacieux, ce qui rend leur installation difficile, surtout pour les actionneurs multi-axes où un nombre élevé de capteurs est nécessaire.

Par conséquent, les techniques de commande en boucle ouverte, permettant de contourner ce problème sont appréciées. La commande en boucle ouverte de l’hystérésis est basée essentiellement sur l’inversion de modèle. Pour cela, le modèle de l’hystérésis est d’abord identifié. Ensuite, différentes techniques consistant à inverser ce modèle ou à trouver une structure équivalente à son inverse sont appliquées [5]. Dans la littérature, les modèles d’hystérésis existants sont adaptés aux systèmes mono-axes. Pour tenir compte de l’hystérésis dans les couplages, le modèle de Bouc-Wen a été étendu pour la modélisation multivariable [6].

Pour compenser les oscillations en boucle ouverte, les techniques *input shaping* [10] font partie des méthodes utilisées. Elles consistent à modifier le signal d’entrée de telle sorte à provoquer une ou plusieurs oscillations, résultant en une dissipation de la vibration globale. Ces techniques sont utilisées pour les actionneurs mono-axes ou sur chaque axe des actionneurs multi-axes.

Dans ce papier, nous proposons une commande  $H_\infty$  en boucle ouverte pour supprimer les oscillations mal amorties dans les axes directs du tube piézoélectrique ainsi que réduire l’amplitude des couplages. La commande  $H_\infty$  en boucle ouverte est une technique ancienne, déjà utilisée pour la commande monovariante des actionneurs piézoélectriques [9]. Dans ce papier, nous proposons de l’étendre pour la commande des actionneurs multi-axes, en incluant simultanément les transferts directs et les couplages dans la synthèse du compensateur.

La procédure de modélisation et commande proposée est décrite par la figure 1.

En premier lieu, nous proposons la linéarisation et l’amortissement de l’actionneur pour obtenir un système linéaire et d’ordre réduit. Ensuite une synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte multivariable est appliquée pour supprimer les oscillations mal amorties et réduire l’amplitude des cou-

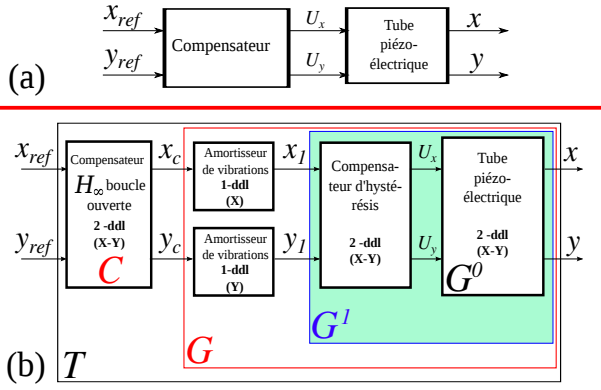


Fig. 1. Schéma représentatif de la technique de commande proposée. (a) : schéma global, (b) : détails sur la modélisation et commande pour la procédure proposée.

pages.

Les résultats de simulation et expérimentaux montrent que la technique proposée procure des résultats satisfaisants en terme de suppression des vibrations et réduction des couplages, et ce-là, sans l'utilisation des capteurs, ce qui constitue un grand avantage pour les applications à l'échelle nano/micro-métrique. En outre, la technique proposée permet l'intégration d'une commande boucle fermée qui peut être rajoutée en vue d'augmenter les performances telles que la robustesse, le rejet de perturbations, etc.

La suite du papier est organisée comme suit : la section II fait une description de la maquette expérimentale utilisée. Ensuite, la section III est dédiée à la caractérisation, modélisation et linéarisation du système tube piézoélectrique utilisé. Dans la section IV, le système linéarisé dans la section III est de nouveau identifié, puis amorti en vue de faciliter la synthèse du compensateur  $H_\infty$  dont le calcul est détaillé dans la section V. La section VI présente les résultats de simulation et expérimentaux. Enfin, la section VII tire les conclusions et donne quelques perspectives.

## II. DESCRIPTION DE LA MAQUETTE EXPÉRIMENTALE

Le système expérimental (figure 2) est composé d'un tube piézoélectrique, un ordinateur avec les logiciels Matlab/Simulink, deux capteurs de déplacement et deux amplificateurs de tension connectés à l'ordinateur via une carte de conversion analogique-numérique/numérique-analogique dSPACE-1103.

Le tube piézoélectrique utilisé est de type PT230.94 fabriqué par la compagnie Piceramic, souvent utilisé dans la microscopie à force atomique (AFM). Il est constitué du matériau PZT enrobé des électrodes en cuivre. Ces électrodes permettant d'appliquer les tensions  $U_x$ ,  $U_y$  et  $U_z$  pour obtenir la déflexion du tube suivant les axes (directions) X, Y et Z, respectivement. Pour ce papier, nous considérons uniquement les axes X et Y (figure 1-(a)).

Comme la plage de tension de fonctionnement des tubes PT230.94 est de  $\pm 250V$ , deux amplificateurs de tension sont utilisés pour amplifier la tension de sortie de la carte dSPACE qui est limitée à  $\pm 10V$ . Les déflexions du tube sont mesurées à l'aide des capteurs de déplacement optiques LC-2420 fabriqués par la compagnie Keyence. Ces capteurs ont une résolution de 10 nm et une bande passante de 50kHz. Il faut noter que, pour la technique proposée, ces

capteurs ne sont utilisés que pour l'étape de caractérisation (de l'hystérésis et oscillations) : ils ne sont pas nécessaires pour la commande. L'actionneur étant de forme tubulaire, un petit cube à faces perpendiculaires et réfléchissantes est utilisé pour permettre une mesure linéaire de déflexion par les capteurs optiques.

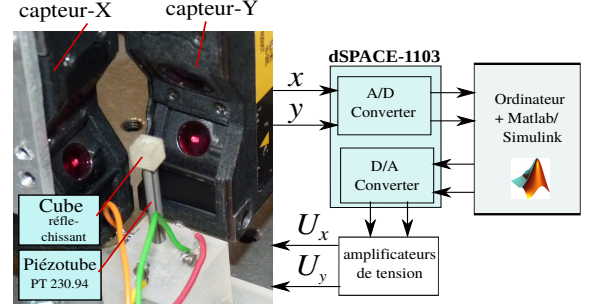


Fig. 2. Maquette expérimentale

## III. CARACTÉRISATION, MODÉLISATION ET LINÉARISATION DU SYSTÈME $G^0$ (TUBE PIÉZOÉLECTRIQUE)

### A. Caractérisation et modélisation dynamique

La dynamique du système est identifiée à partir de la partie transitoire d'une réponse à un échelon. Pour ce-là, on applique d'abord un échelon  $U_x$  ( $U_y = 0$ ) d'amplitude 200V et on mesure simultanément les déflexions  $x$  (le transfert direct) et  $y$  (le couplage). Ensuite, la même opération est refaite avec un échelon  $U_y$  ( $U_x = 0$ ). On mesure  $x$  (le couplage) et  $y$  (le transfert direct). Ces résultats sont reportés dans la figure 3 où on remarque les oscillations mal amorties pour les transferts directs et les couplages.

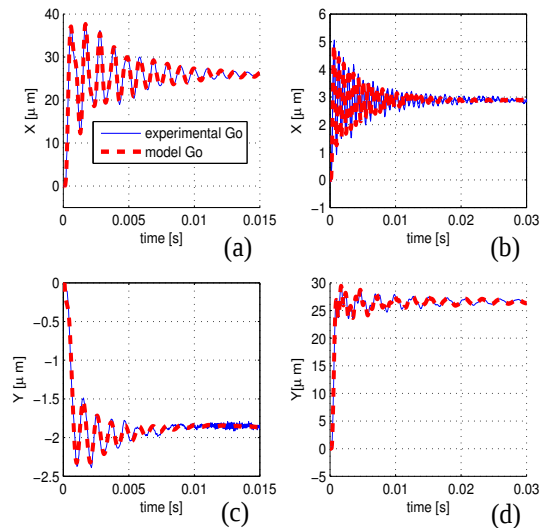


Fig. 3. Courbes expérimentales (—bleu) et modèle  $G_0(s)$  (- - rouge) (les données expérimentales ont été enregistrées avec une période d'échantonnage de  $25\mu s$ ). (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

La dynamique  $G^0(s)$  est constituée de quatre fonctions de transfert  $G_{xx}^0$  ( $U_x \rightarrow x$ ),  $G_{yx}^0$  ( $U_x \rightarrow y$ ),  $G_{xy}^0$  ( $U_y \rightarrow x$ ) et  $G_{yy}^0$  ( $U_y \rightarrow y$ ). En appliquant la technique ARMAX de la toolbox "system identification" de Matlab sur chacun

des quatre réponses de la figure 3, les quatre fonctions de transfert (equation 1) ont été identifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} G^0(s) = \begin{pmatrix} G_{xx}^0 & G_{xy}^0 \\ G_{yx}^0 & G_{yy}^0 \end{pmatrix} \\ G_{xx}^0(s) = \frac{5.9455(s-1.747e05)(s-9.1e04)(s+884.7)(s+47.68)}{(s+1.131e04)(s+864.4)(s+46.93)(s^2+483.9s+3.779e07)} \\ \quad \times \frac{(s^2+1123s+4.203e07)(s^2+1016s+6.257e07)}{(s^2+1081s+3.937e07)(s^2+773.7s+1.175e08)} ; \\ G_{yx}^0(s) = \frac{-17.554(s^2+422.6s+1.681e05)(s^2-5965s+5.912e07)}{(s+3068)(s^2+390.1s+1.735e05)(s^2+784.6s+3.504e07)} ; \\ G_{xy}^0(s) = \frac{-32104(s-1.491e05)(s+8840)}{(s^2+9111s+4.058e07)(s^2+356.4s+7.229e07)} ; \\ G_{yy}^0(s) = \frac{77.901(s+816.9)(s+48.58)(s^2+130.4s+6.018e06)}{(s+4391)(s+795.6)(s+47.39)(s^2+124.7s+5.522e06)} \\ \quad \times \frac{(s^2-328.9s+9.156e07)(s^2-2.614e04s+3.038e08)}{(s^2+6999s+5.845e07)(s^2+369.4s+7.228e07)} \end{array} \right. \quad (1)$$

La figure 3 montre une très bonne cohérence entre le modèle identifié et les courbes expérimentales obtenus pendant la caractérisation.

### B. Caractérisation et modélisation de l'hystérésis

L'hystérésis est caractérisé en utilisant un signal répétitif sinusoïdal ou triangulaire. Dans notre cas, les signaux sinusoïdaux de fréquence  $0.1Hz$  et d'amplitude  $200V$  sont utilisés. On applique d'abord une entrée sinusoïdale  $U_x$  ( $U_y = 0$ ) et on mesure simultanément les deux déflexions  $x$  et  $y$ . Pour observer l'hystérésis, on représente graphiquement  $x$  en fonction de  $U_x$  (figure 4-(a)), puis  $y$  en fonction de  $U_x$  (figure 4-(c)). Ensuite, on répète la même opération avec  $U_y$  ( $U_x = 0$ ) pour obtenir les courbes de la figure 4-(b) et (d). Ces quatre figures montrent un comportement hystérétique du système pour les transferts directs que pour les couplages.

Pour modéliser l'hystérésis, nous choisissons le modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable [7]. Ce choix est justifié par le fait que ce modèle est capable de modéliser simultanément l'hystérésis présent dans les transferts directs et couplages, ainsi que la forme non-symétrique très remarquable pour les couplages (figure 4-(b) et (c)).

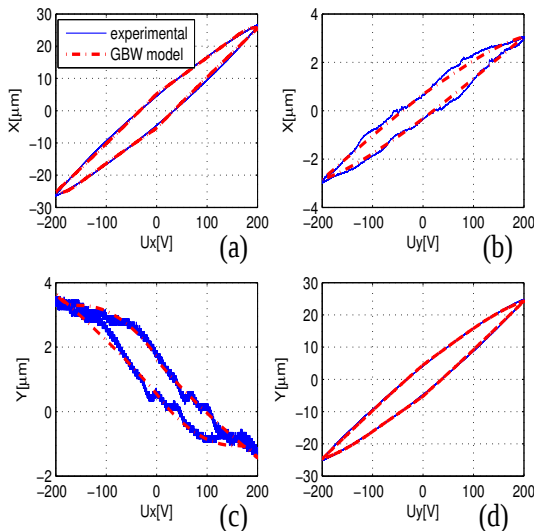


Fig. 4. Caractérisation (—bleu) et modélisation (- - rouge) de l'hystérésis par le modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable. (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

Le modèle de Bouc-Wen généralisé multivariable pour les actionneurs piézoélectriques (adapté à partir du modèle de Bouc-Wen généralisé monovariable [8]) est représenté par l'équation 2,

$$\left\{ \begin{array}{l} Y = KU - h \\ \dot{h} = \dot{U}[A - |h|\psi(U, \dot{U}, h)] \\ \psi(U, \dot{U}, h) = Bdiag(\text{sgn}(\dot{U}h)) + Cdiag(\text{sgn}(U\dot{U})) \\ \quad + Ddiag(\text{sgn}(Uh)) + Ediag(\text{sgn}(\dot{U})) \\ \quad + Fdiag(\text{sgn}(h)) + Gdiag(\text{sgn}(U)) \end{array} \right. \quad (2)$$

où  $U = (U_x \ U_y)^T$  représente le vecteur d'entrées (les tensions),  $Y = (x \ y)^T$  le vecteur des sorties (les déflexions) et  $h$ , le vecteur des variables internes de l'hystérésis. Les paramètres  $K, A, B, \dots, G$ , sont des matrices réelles, dont les paramètres sont identifiés en utilisant la méthode des moindres carrés. "diag" et "sgn" indiquent respectivement les fonctions diagonalisation et signe (signum). Après identification, nous avons :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0.1823 & 0.0843 \\ -0.0190 & 0.2018 \end{pmatrix}}_K \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0.0394 & 0.0620 \\ -0.0192 & 0.0640 \end{pmatrix}}_A \begin{pmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \end{pmatrix} - \underbrace{\begin{pmatrix} \psi_{xx} & \psi_{xy} \\ \psi_{yx} & \psi_{yy} \end{pmatrix}}_{\Psi(U, \dot{U}, z)} \begin{pmatrix} \dot{U}_x & 0 \\ 0 & \dot{U}_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |h_x| \\ |h_y| \end{pmatrix} \quad (4)$$

avec  $\Psi(U, \dot{U}, h)$ , une fonction contenant les paramètres des matrices  $B, C, \dots, G$ .

### C. Linéarisation du système : compensation de l'hystérésis

Pour compenser l'hystérésis, nous proposons une combinaison du modèle identifié dans la section précédente et une structure multiplicative inverse. Le principe est le suivant. A partir de la figure 1 et la première ligne de l'équation 2, on peut écrire que

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}. \quad (5)$$

L'équation du compensateur est donc obtenue :

$$\begin{pmatrix} U_x \\ U_y \end{pmatrix} = K^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}, \quad (6)$$

avec  $K^{-1}$  l'inverse de la matrice  $K$  (equation 3). L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas un calcul supplémentaire du compensateur : les paramètres du modèle sont directement utilisés pour le compensateur (seul l'inverse de la matrice  $K$  est calculé).

Pour vérifier l'effet du compensateur (la linéarité du système  $G^1$ ), on suit la même procédure que dans la section III.B mais cette fois avec des entrées sinusoïdales  $x_1$  et  $y_1$  de  $25\mu m$  d'amplitude ( $G^1$  étant un système de gain statique

unitaire suite à l'inversion de la matrice  $K$  dans le compensateur). Les courbes obtenues sont représentées dans la figure 5 où l'on remarque une réduction très considérable de l'hystérésis dans les transferts directs et une réduction d'amplitude des couplages.

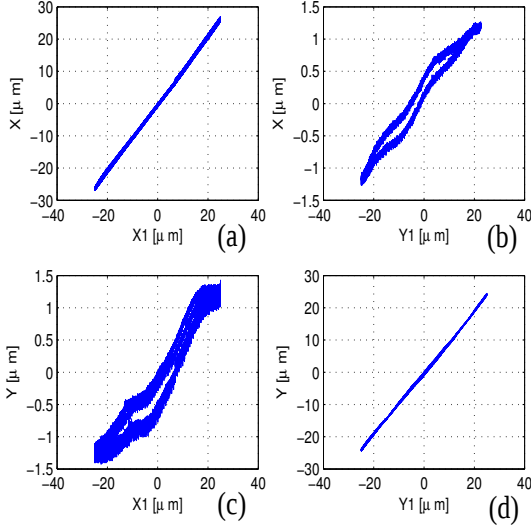


Fig. 5. Compensation de l'hystérésis : vérification de la linéarité du système  $G^1$ . Les signaux sinusoïdaux utilisés ont une amplitude de  $25\mu\text{m}$  et une fréquence de  $0.1\text{Hz}$ . (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

#### IV. IDENTIFICATION ET AMORTISSEMENT DU SYSTÈME LINÉARISÉ ( $G^1$ )

Après l'étape de linéarisation, le système obtenu ( $G^1$ ) a été identifié suivant la procédure de la section III.A, en utilisant des échelons  $x_1$  et  $y_1$  de  $25\mu\text{m}$  d'amplitude. Les courbes obtenues ainsi que le modèle identifié  $G^1(s)$  sont représentés dans la figure 6. On remarque une bonne cohérence entre ce modèle et les données expérimentales et une partie transitoire du système  $G^1$  caractérisée par des fortes oscillations mal amorties.

L'équation 7 représente les dynamiques identifiées.

$$\begin{cases} G^1(s) = \begin{pmatrix} G^1_{xx} & G^1_{xy} \\ G^1_{yx} & G^1_{yy} \end{pmatrix} \\ G^1_{xx}(s) = \frac{61.943(s+975.9)(s+59.02)(s^2+1123s+4.213e07)}{(s+1.143e04)(s+952.6)(s+58.14)(s^2+483.8s+3.776e07)} \\ \quad \times \frac{(s^2+1018s+6.259e07)(s^2-2.101e05s+1.231e10)}{(s^2+1088s+3.947e07)(s^2+773.9s+1.175e08)} ; \\ G^1_{yx}(s) = \frac{118.23(s^2+422.5s+1.68e05)(s^2-5964s+5.909e07)}{(s+3067)(s^2+390s+1.734e05)(s^2+784.5s+3.502e07)} ; \\ G^1_{xy}(s) = \frac{-1.2519e05(s-1.436e05)(s+8633)}{(s^2+9002s+3.995e07)(s^2+356.9s+7.23e07)} ; \\ G^1_{yy}(s) = \frac{623.2(s+816.9)(s+48.58)(s^2+130.4s+6.018e06)}{(s+4391)(s+795.6)(s+47.39)(s^2+124.7s+5.522e06)} \\ \quad \times \frac{(s^2-328.9s+9.156e07)(s^2-2.614e04s+3.038e08)}{(s^2+6999s+5.845e07)(s^2+369.4s+7.228e07)} \end{cases} \quad (7)$$

On remarque que, pour avoir un modèle  $G^1(s)$  qui soit très proche des données expérimentales, il faut monter au moins jusqu'à l'ordre 9 pour les transferts directs et ordre 4 pour les couplages. Une synthèse  $H_\infty$  en boucle ouverte a abouti à un compensateur d'ordre 31 et qui est impossible à implémenter en temps réel avec la carte dSPACE-1103. D'autre part, une réduction d'ordre a conduit à une

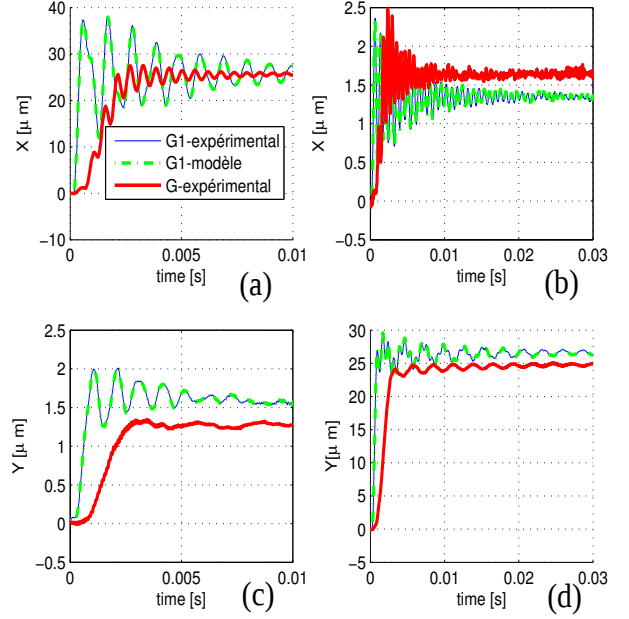


Fig. 6. Comparaison entre le système linéarisé  $G^1$  (—bleu), le modèle  $G^1(s)$  (- - vert) et le système  $G^1$  amorti (système  $G$ ) par les compensateurs input shaping (—rouge). (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

dégradation remarquable des performances du système global.

On propose d'amortir d'abord le système  $G^1$  avant de passer à la synthèse du compensateur  $H_\infty$ . La technique utilisée est le Zero Vibration (ZV) *input shaping* dont le principe est le suivant. Lorsqu'une impulsion est appliquée à un système oscillant, une oscillation apparaît. Le temps d'application et l'amplitude d'une seconde impulsion peuvent alors être minutieusement choisis pour que cette deuxième oscillation annule celle produite par la première impulsion. Cette technique est détaillée dans [10].

En appliquant cette technique sur chaque axe du système  $G^1$ , les oscillations ont été atténuées (figure 6). Le système résultant  $G$  peut être modélisé par les fonctions de transferts d'ordre 3 (equation 8) et utilisé par la suite pour la synthèse du compensateur  $H_\infty$  en boucle ouverte, dans le but de supprimer les oscillations résiduelles restantes ainsi que l'amplitude des couplages qui n'est pas supprimée par ZV input shaping.

$$\begin{cases} G(s) = \begin{pmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{pmatrix} \\ G_{xx}(s) = \frac{3.892e+09}{(s+1069)(s^2+2013s+4.224e06)} \\ G_{yx}(s) = \frac{44.88}{s+1016} ; \\ G_{xy}(s) = \frac{15.942(s^2-7403s+3.26e07)}{(s+1302)(s^2+1911s+3.906e06)} ; \\ G_{yy}(s) = \frac{-4.7697e05(s-4411)}{(s+779.5)(s^2+1298s+3.41e06)} \end{cases} \quad (8)$$

## V. SYNTHÈSE DU COMPENSATEUR $H_\infty$ EN BOUCLE OUVERTE

Le schéma de synthèse du compensateur est présenté sur la figure 7.

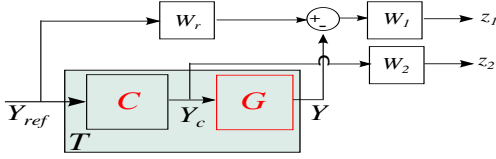


Fig. 7. Schéma de synthèse du compensateur  $C$ .

$W_1$  et  $W_2$  sont les gabarits pour le suivi de trajectoire et modulation de commande, respectivement.  $W_r$  est constitué d'un modèle de référence basée sur les performances souhaitées pour le système compensé [11]. Les gabarits choisis sont représentés dans l'équation 9.

$$\begin{cases} W_r = \begin{pmatrix} \frac{1}{1+0.0006s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+0.006s} \end{pmatrix}; W_2 = \begin{pmatrix} 0.6667 & 0 \\ 0 & 0.6667 \end{pmatrix} \\ W_1 = \begin{pmatrix} \frac{s+428.6}{s+4.286} & 0 \\ 0 & \frac{s+428.6}{s+4.286} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (9)$$

A partir du schéma de la figure 7, le transfert entre l'entrée exogène  $Y_{ref} = (x_{ref} \ y_{ref})^T$  et sorties à commander  $z_1$  et  $z_2$  est :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_2 C \\ W_1 W_{ref} - W_1 G C \end{pmatrix} Y_{ref}. \quad (10)$$

Le problème  $H_\infty$  standard est de trouver un compensateur  $C$  tel que :

$$\left\| \begin{pmatrix} W_2 C \\ W_1 W_{ref} - W_1 G C \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma, \quad (11)$$

ou

$$\begin{cases} \|C\|_\infty < \|W_2^{-1}\|_\infty \gamma \\ \|W_{ref} - G C\|_\infty < \|W_1^{-1}\|_\infty \gamma \end{cases} \quad (12)$$

avec  $\gamma$  un paramètre d'évaluation des performances. Ce problème a été résolu en utilisant l'algorithme DGKF [12] [13], et un compensateur  $C(s)$  d'ordre 14 a été obtenu (avec  $\gamma_{opt} = 1.1054$ ).

La figure 8 présente les valeurs singulières des différentes fonctions dans l'équation 12. Les courbes de cette figure montrent une satisfaction des des contraintes imposées pour le compensateur calculé.

## VI. RÉSULTATS DE SIMULATION ET EXPÉRIMENTAUX

### A. Simulations

Avant son implémentation, les performances du compensateur ont été d'abord testées par simulation. Sur la figure 9, on remarque une suppression de oscillations ainsi que les couplages pour le système global compensé. Sur la figure 10, on remarque une largeur de la bande passante d'à peu près  $100\text{Hz}$  pour les transferts directs ainsi qu'un rejet de couplages allant jusqu'à  $-50\text{ dB}$  pour des fréquences inférieures à  $1\text{Hz}$ . Toutes ces performances nous conduisent à l'implémentation expérimentale du compensateur synthétisé.

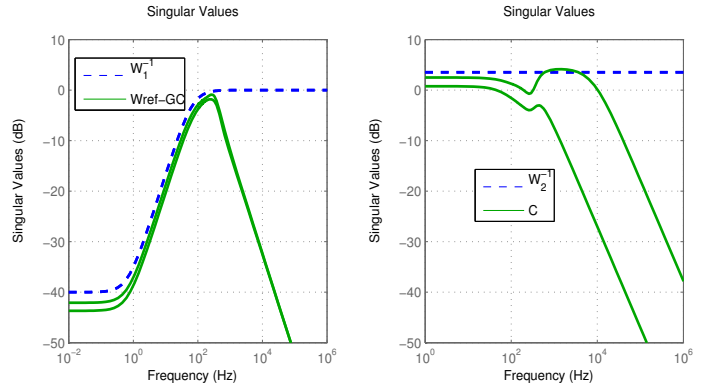


Fig. 8. Vérification de la satisfaction des contraintes (spécifications) imposées pour le système compensé.

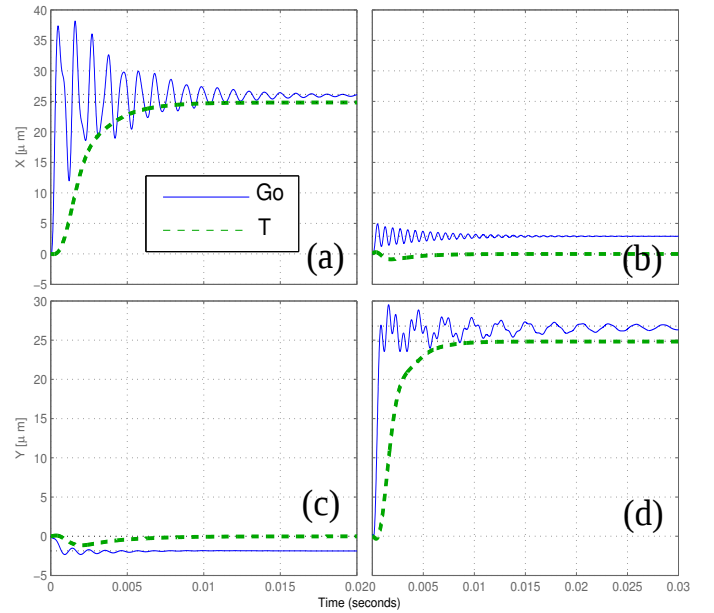


Fig. 9. Simulation et comparaison des performances temporelles pour les systèmes  $G^0$  et  $T$ . (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

### B. Résultats expérimentaux

Le compensateur a été implémenté et des échelons  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$  d'amplitude  $25\mu\text{m}$  ont été appliqués successivement. Les déflexions mesurées sont reportées dans la figure 11, où on observe une atténuation considérable des oscillations ainsi qu'une amplitude des couplages inférieur à  $0.3\mu\text{m}$  contre  $2\mu\text{m}$  du tube piézoélectrique sans compensation.

Ensuite, nous avons testé la linéarité du système compensé à différentes fréquences. Pour ce faire, nous avons appliqué successivement les signaux sinusoidaux  $x_{ref}$  et  $y_{ref}$  d'amplitude  $25\mu\text{m}$  et les résultats sont présentés sur la figure 12. On remarque une suppression de l'hystérésis des transferts directs pour les fréquences inférieures à  $10\text{Hz}$ , et une amplitude de couplages inférieure à  $0.5\mu\text{m}$ . Pour les fréquences plus élevées, les autres effets tels que le déphasage interviennent, et d'autres techniques de commande sont nécessaires pour leur suppression [14].



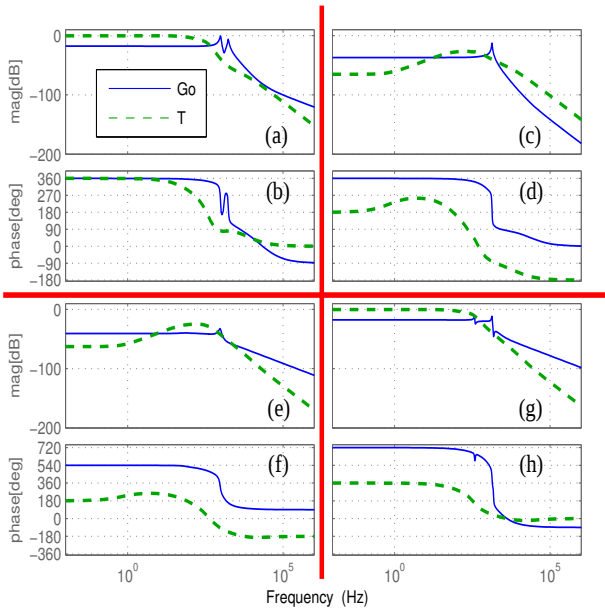


Fig. 10. Comparaison des performances fréquentielles pour le système initial  $G^0$  (—blue) et le système compensé  $T$  (- - vert). (a)-(g), et (b)-(h) : magnitude et phase pour les transferts directs. (c)-(e), et (d)-(f) : magnitude puis phase pour les couplages.

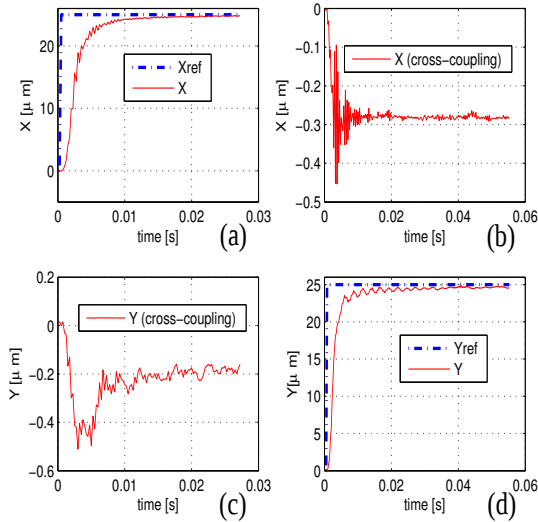


Fig. 11. Réponse à un échelon du système  $T$ . (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

## VII. CONCLUSION

Une commande en boucle ouverte multivariable basée sur une linéarisation du système et une commande  $H_\infty$  a été présentée et appliquée à un actionneur piézoélectrique travaillant en 2-ddl. Les résultats de simulation et expérimentaux montrent que la technique proposée permet de réduire considérablement les oscillations mal amorties, l'hystérésis ainsi que l'amplitude des couplages entre les axes de l'actionneur. Comme perspective, les autres méthodes de compensation ou une commande en boucle fermée, peuvent être combinées par la technique proposée pour la suppression de l'hystérésis à très hautes fréquences.

## RÉFÉRENCES

[1] S. Devasia, E. Eleftheriou, and S. O. R. Moheimani, "A survey of Control Issues in Nanopositioning", *IEEE Transactions on*

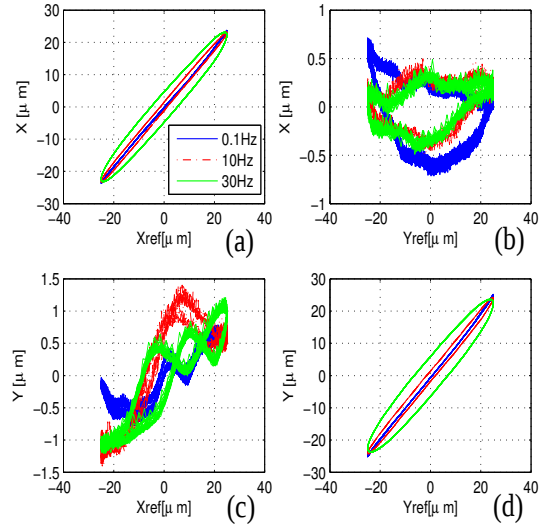


Fig. 12. Vérification de la suppression de l'hystérésis à différentes fréquences : 0.1Hz, 10Hz et 30Hz. (a) et (d), transferts directs et (b) et (c), les couplages.

*Control Systems Technology*, vol. 15, no. 5, pp. 802-823, Sept. 2007.

[2] G. Binnig, and D. P. E. Smith, "Single-tube three-dimensional scanner for scanning tunneling microscopy", *Review of Scientific Instruments*, vol. 57, no. 8, pp. 1688-1689, 1986.

[3] G. Binnig, F. Quate Calvin, and Ch Gerber. "Atomic force microscope." *Physical review letters*, vol. 56, no. 9, pp. 330-338, 1986.

[4] M. Rakotondrabe, J. Agnus, and P. Lutz. "Feedforward and IMC-feedback control of a nonlinear 2-DOF piezoactuator dedicated to automated micropositioning tasks." , in *Proceedings of IEEE conference on Automation Science and Engineering*, 2011.

[5] Krejci Pavel, M. Al Janaideh, and F. Deasy. "Inversion of hysteresis and creep operators." *Physica B : Condensed Matter*, vol. 407, no. 9, pp. 1354-1356, 2012.

[6] D. Habineza, M. Rakotondrabe and Y. Le Gorrec, "Bouc-Wen Modeling and Feedforward Control of multivariable Hysteresis in Piezoelectric Systems : Application to a 3-DoF Piezotube scanner", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015 (accepted in press).

[7] D. Habineza, M. Rakotondrabe, and Y. Le Gorrec, "Multivariable Generalized Bouc-Wen modeling, identification and feedforward control and its application to multi-DoF piezoelectric actuators," in *Proceedings of 19th IFAC-WC*, Cape Town, South Africa, August 2014.

[8] Song J., and Der Kiureghian A., "Generalized Bouc-Wen model for highly asymmetric hysteresis. *Journal of engineering mechanics*, vol.132, no. 6, pp. 610-618, 2006.

[9] G. Schitter, A. Stemmer, F. Allgower, "Robust 2 DOF-control of a piezoelectric tube scanner for high speed atomic force microscopy," in *Proceedings of the American Control Conference*, June 2003, pp. 3720-3725.

[10] T. Singh, and W. Singhose, "Tutorial on input shaping, time delay control of maneuvering flexible structures," in *Proc. Amer. Control Conf*, 2002, pp. 1717-1731.

[11] C. Bérard, J. M. Biannic, and D. Saussié, "La commande multivariable : Application au pilotage d'un avion," *Dunod*, 2012.

[12] K. Glover and J. C. Doyle, "State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_{\infty}$ -norm bound and relations to risk sensitivity", *Systems and Control Letters*, vol.11, pp.167-172, 1988.

[13] J. C. Doyle, K. Glover, P. K. Khargonekar and B. A. Francis, "State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_{\infty}$  control problems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp.831-846, 1989.

[14] J.M. Cruz-Hernandez, V. Hayward, "Phase control approach to hysteresis reduction," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol.9, no.1, pp.17-26, Jan. 2001.